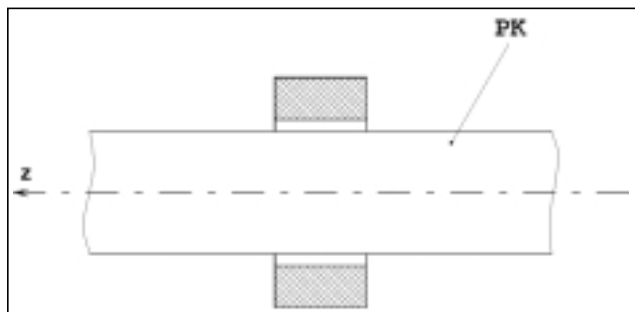


Andriy Yashan, Saarbrücken\*

## Numerische Modellierung von Wirbelstromaufgaben und Lösung des inversen Problems

Die Aufgabe der Bestimmung von Materialeigenschaften mittels zerstörungsfreier Prüfverfahren ist immer mit Lösung des inversen Problems verbunden, da in den meisten Fällen die Bestimmung der intrinsischen Materialkenngrößen indirekt erfolgt. So können z.B. mit dem Wirbelstromverfahren die magnetische Permeabilität und die elektrische Leitfähigkeit des Prüfkörpers bestimmt werden, wobei die Meßgröße der Wirbelstromprüfung die Impedanz der Prüfspule ist. Diese Impedanz ist durch das Verhältnis der Spulenspannung (Linienintegral der elektrischen Feldstärke  $E$  entlang den Spulenwindungen) zum Spulenstrom gegeben. Die Spulenimpedanz ist nicht nur von den intrinsischen Materialkenngrößen - der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$  und der magnetischen Permeabilität  $\mu$  - abhängig. Mit viel höherer Empfindlichkeit hängt die Spulenimpedanz von der Geometrie des Prüfkörpers, der Spulenabhebung und von der Form und Orientierung der Oberflächenfehler (z.B. Risse) und der oberflächennahen verdeckten Fehler ab. Deshalb ist eine zuverlässige Lösung des inversen Problems nur möglich, falls

- die Änderungen aller Parameter außer den Materialkenngrößen vernachlässigbar klein sind oder
- die Näherungsansätze zur Unterdrückung der Störeinflüsse in den Prüfergebnissen, z.B. auf Basis der digitalen Filterung der Meßdaten des Mehrfrequenzalgorithmus, bekannt sind.



1a) Außendurchlaufspule

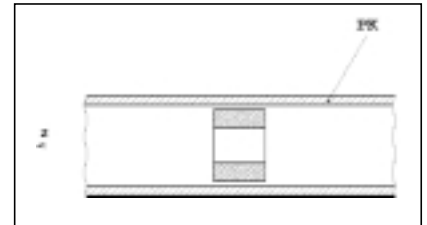
Die numerische Modellierung der Wirbelstromprüfung ist trotz den notwendigen vereinfachenden Annahmen ein hilfreiches Werkzeug zur Untersuchung der Beziehungen zwischen den Einflußgrößen der Wirbelstrommessung und den Meßgrößen (Spulenimpedanz).

Mit den theoretischen Arbeiten von C.V. Dodd und W.E. Deeds [1] liegen heute die analytischen Lösungen der Vorwärts-Probleme (direkten Probleme) für zylindersymmetrische Anordnungen der Spulen und Prüfkörper (Abb. 1) vor.

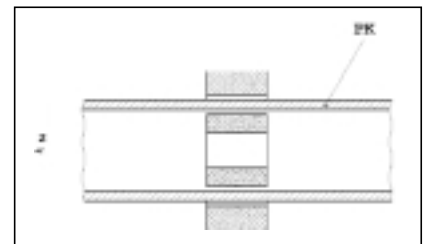
Diese Lösungen, deren numerische Auswertung mit beliebiger Genauigkeit möglich ist, können als Benchmarktests für rein numerische Lösungsansätze wie Finite Differenzen oder Finite Elemente Methode verwendet werden.

In Rahmen der Studienarbeit [2] wurden die Ansätze von Dodd und Deeds auch zur Untersuchung der Lösbarkeit des inversen Problems bei der Bestimmung der Materialkenngrößen mittels Wirbelstromprüfung angewendet. In dem Modell für die Tastspule über geschichtetem Halbraum (Abb. 2) läßt sich die Impedanz-Frequenz-Ortskurve, welche die Änderung der Spulenimpedanz bei Variation der Frequenz  $\omega = 2\pi f$  darstellt, ausrechnen, falls die Leitfähigkeiten  $\sigma_1, \sigma_2, \dots$  und die Permeabilitäten  $\mu_1, \mu_2, \dots$  einzelner Schichten des Prüfkörpers als bekannt vorgegeben sind. Dann ist die Aufgabe der Bestimmung des Verlaufs der elektrischen Leitfähigkeit und/oder der magnetischen Permeabilität aus der gemessenen Impedanz-Frequenz-Ortskurve mathematisch gesehen das inverse Problem.

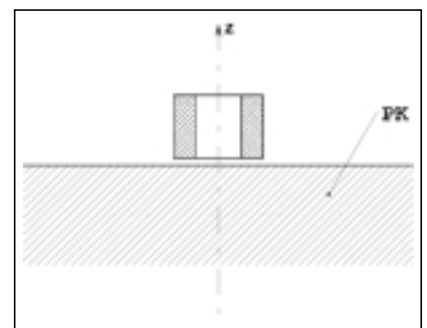
Zur Lösung des inversen Problems wird der Prüfkörper als geschichteter unendlich ausgedehnter Halb-



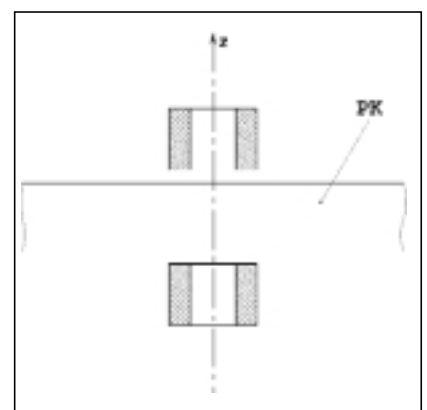
1b) Innendurchlaufspule



1c) Transmissionsdurchlaufspule



1d) Tastspule



1e) Transmissions-Tastspule

raum betrachtet, in dem die Dicken einzelner Schichten bekannt und die Materialkenngrößen  $\sigma_i, \mu_i$  stückweise

Abbildung 1: Typische Prüfspulenordnungen für die Wirbelstromprüfung nach DIN 54140, die mit den Ansätzen von C.V. Dodd und W.E. Deeds beschreibbar sind.

\* Der Autor ist Träger der Schiebold-Gedenkmünze 1999

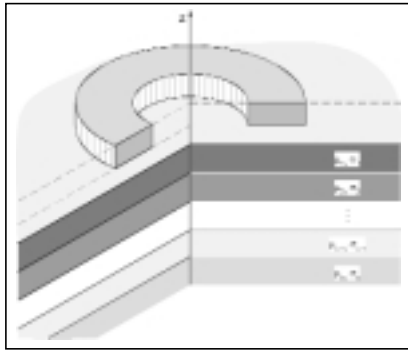


Abbildung 2: Spule mit rechteckigem Querschnitt über dem planar geschichteten Prüfkörper.

konstant, jedoch im allgemeinen unbekannt sind. Die Unbekannten  $\sigma_i, \mu_i$  werden zu einem Variablenvektor  $\mathbf{x}$  zusammengeführt.

Wenn die zu approximierende Impedanzortskurve mit  $z^*(\omega)$  und die für einen Testvektor  $\mathbf{x}$  berechnete Impedanzortskurve mit

$z(\mathbf{x}, \omega)$  bezeichnet werden, kann die Lösung des beschriebenen inversen Problems als Minimierung des Funktionals

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{\omega} |z(\mathbf{x}, \omega) - z^*(\omega)|^2$$

für Frequenzen  $\omega = \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$  erfolgen (Methode der kleinsten Fehlerquadrate). In der Studienarbeit [2] wurde als Minimierungsverfahren eine Modifikation des Verfahrens des steilsten Abstiegs (Gradientenverfahren) ausgewählt.

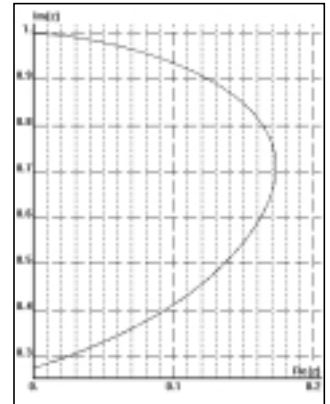
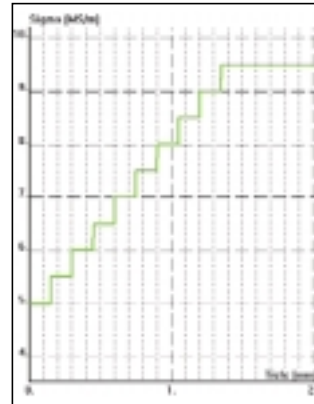
Die Effizienz des entwickelten Algorithmus zur Lösung des inversen Problems wird am folgenden Beispiel erläutert. Für ein nichtferromagnetisches Medium ( $\mu = \mu_0$ ) mit dem Tiefenverlauf der elektrischen Leitfähigkeit  $l_t$  der Abbildung 3a (links) wurde die Impedanzortskurve mittels Modellierung des zugehörigen Vorwärts-Problems berechnet (Abb. 3a rechts). Diese Ortskurve wird nun als Sollverlauf  $z^*(\omega)$  bei Ermittlung der Leitfähigkeiten  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{10}$  verwendet.

Die Startnäherung bei der iterativen Minimumsuche mit 10 variablen Leitfähigkeiten wird aus einem einschichtigen Modell gewonnen: die Leitfähigkeiten  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{10}$  werden gleich der „mittleren“ Leitfähigkeit gesetzt, welche unter Ausnutzung der niederfrequenten Information (d.h. Information aus der Messung mit größter Eindringtiefe) ermittelt wird (Abb. 3b). Die Abbildungen 3c und 3d zeigen, daß bereits nach wenigen Iterationen der Minimierungsprozeß im wesentlichen abgeschlossen ist.

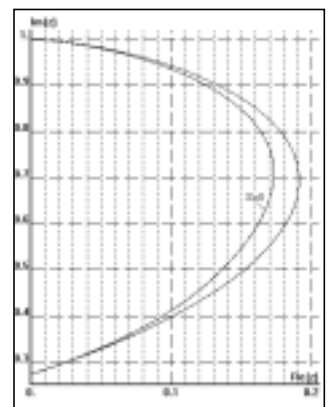
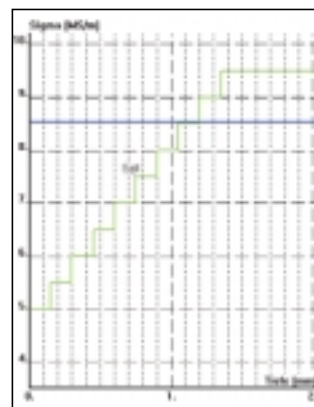
Obwohl die Qualität der Lösung mit Zunahme der Schichtanzahl (und Anzahl der herangezogenen Frequenzschritte) verbessert wird, zeigt die Abbildung 4, daß das 5-schichtige Modell für die Impedanzortskurve aus der Abbildung 3a (rechts) mit ähnlicher Effizienz eingesetzt werden kann, wie das 10-schichtige Modell. Das 5-schichtige Modell erweist sich dann für die Praxis sinnvoller, da der Rechenaufwand bei der Minimierung proportional dem Quadrat der Schichtanzahl ansteigt.

Eine weitere Anwendung der analytischen Ansätze von Dodd und Deeds wird in der Diplomarbeit [3] beschrieben. Die sogenannte Wirbelstrom-Transmissions-Anord-

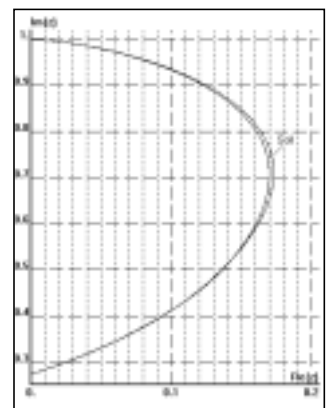
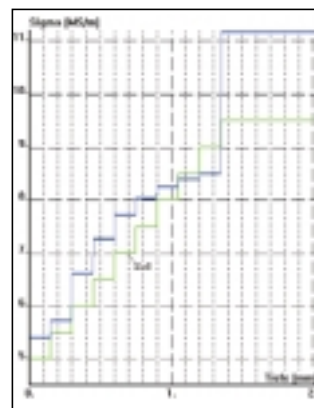
Abbildung 3: Entwicklung der Lösung (links) und entsprechende Impedanzkurven (rechts) im Laufe der Optimierung für das 10-schichtige Modell



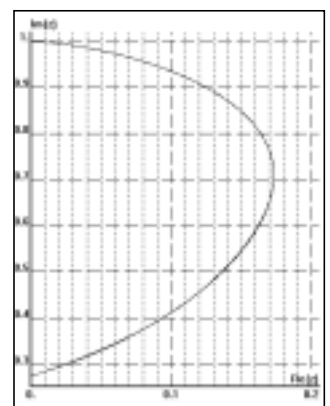
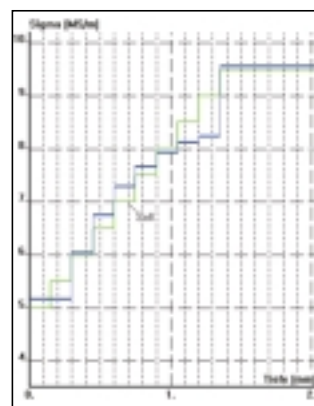
3a) Sollverlauf der Leitfähigkeit und entsprechende Impedanzkurve (vgl. mit b, c, d)



3b) Startnäherung für Optimierung - aus einem einschichtigen Modell



3c) Istverlauf nach der 1. Iteration und Sollverlauf



3d) Istverlauf nach 4. Iteration und Sollverlauf

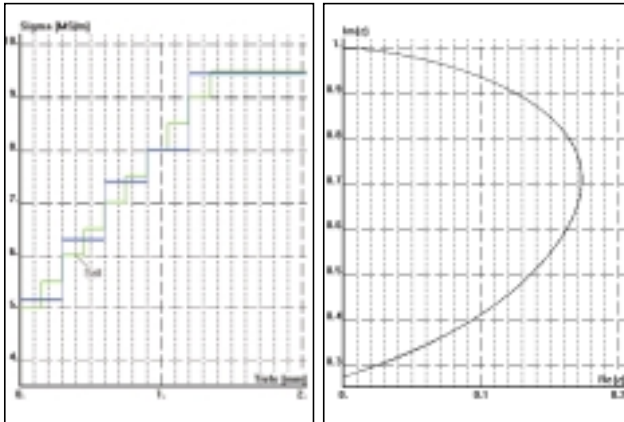


Abbildung 4: Istverlauf nach der 4. Iteration und Sollverlauf der Leitfähigkeit (links) und entsprechende Impedanzkurven (rechts) im Laufe der Optimierung für das 5-schichtige Modell

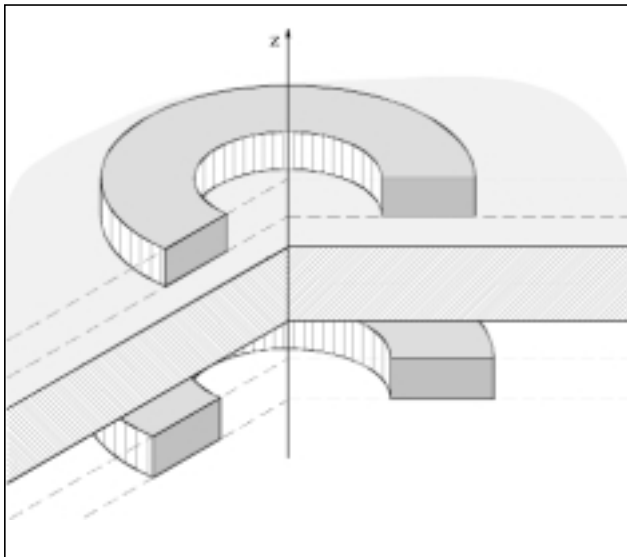


Abbildung 5: Transmissions-Tastspulenanordnung an einem unendlich ausgedehnten homogenen Blech.

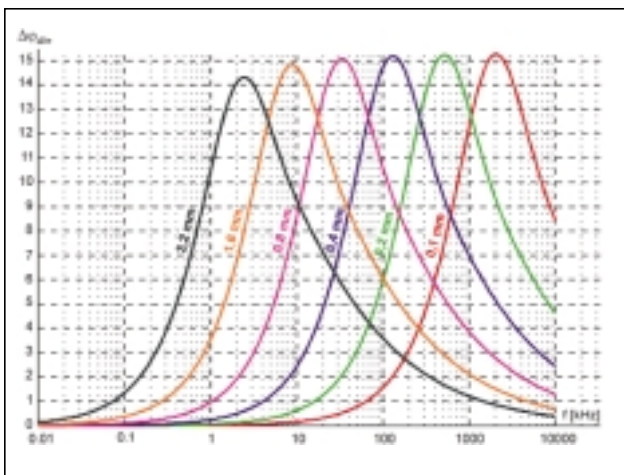


Abbildung 6: Abhängigkeit des Winkels zwischen den Dicken- und Leitfähigkeitsänderungsrichtungen von der Frequenz für Aluminiumbleche ( $s = 21,1 \text{ MS/m}$ ).

nung (Sendespule und Empfangsspule befinden sich auf den verschiedenen Seiten des Bleches, siehe Abb. 5) wird unter anderem auch zur Blechdickenbestimmung eingesetzt.

Diese Anordnung besitzt den Vorteil, daß das Meßsignal der Transimpedanz (Verhältnis der Spannung in der Empfangsspule zu dem Strom in der Sendespule) weitgehend unabhängig von der relativen Lage des Bleches im Luftspalt zwischen den beiden Spulen ist.

Der gravierende Nachteil des Verfahrens ist aber die Überlagerung der Dickeneffekte und der Leitfähigkeitseffekte bei der Wirbelstrommessung: die Blechdickenänderungen stellen sich in der Impedanzebene genauso dar, wie die Leitfähigkeitsänderungen des Bleches und lassen sich daher nicht voneinander unterscheiden.

In der Praxis entstehen die Leitfähigkeitsänderungen z.B. durch Temperaturschwankungen.

Die numerische Modellierung der Transmissions-Anordnung zeigt aber, daß Frequenzbereiche existieren, in denen zwischen Änderungen in der Blechdicke und Änderungen in der Leitfähigkeit unterschieden werden kann, so daß eine leitfähigkeitsunempfindliche Blechdickenmessung möglich wird. In der Abbildung 6 sind die Phasendifferenzen zwischen den Impedanzänderungsrichtungen entsprechend der Blechdickenänderung und der Leitfähigkeitsänderung in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt (für verschiedene Dicken der Aluminiumbleche), die mit dem entwickelten Programm-Code berechnet wurden.

Man erkennt z.B., daß für die Blechdicke 0,8 mm bei den Frequenzen zwischen ca. 12 kHz und ca. 110 kHz diese Phasendifferenz über  $10^\circ$  beträgt. Falls die Arbeitsfrequenzen des Mehrfrequenz-Wirbelstromverfahrens zwischen 12 kHz und 110 kHz gewählt werden, reicht die Phasendifferenz von mehr als  $10^\circ$  aus, um bei der Dickenmessung die Leitfähigkeitsänderungen als Störeffekt zu unterdrücken.

Obwohl die Modellierung nach Dodd und Deeds nur die Behandlung von Luftspulen erlaubt und man in der Praxis mit Ferrit-Topfkern-Spulen - wegen ihrer erheblich besseren Empfindlichkeit und Störrbeständigkeit - arbeitet, lassen sich die durch Modellierung gefundenen Frequenzfenster für die Wahl der Arbeitsfrequenzen des Mehrfrequenzverfahrens effektiv nutzen.

Die Modellierungsergebnisse wurden experimentell an Aluminiumblechen mit einer Dickenvariation zwischen 0,2 und 0,8 mm überprüft. Dabei zeigt sich, daß nach Anwendung eines Dreifrequenz-Algorithmus eine Genauigkeit in der Blechdickenbestimmung besser als 1% festgestellt wird, obwohl durch Temperaturvariationen zwischen  $0^\circ\text{C}$  und  $48^\circ\text{C}$  Leitfähigkeitsschwankungen entsprechend dem Intervall  $22,5 \text{ MS/m}$  bis  $19,6 \text{ MS/m}$  überlagert wurden.

Dadurch konnte das Verfahren der leitfähigkeitsunabhängigen Blechdickenbestimmung in die Praxis umgesetzt werden. Damit wurde gezeigt, daß auch die für die idealisierte Theorie des Wirbelstromverfahrens ausgeführte Berechnung in der Praxis der Wirbelstromprüfung erfolgreich eingesetzt werden kann.

**Literatur:**

- [1] Dodd, C.V. and Deeds, W.E.:  
Analytical solutions to eddy-current probe coil problems.  
Oak Ridge National Laboratory (USA),  
1967, ORNL-TM-1987
- [2] Jaschan, A.: Numerische Simulation der Wirbelstrommessung mit einer Abtastspule und Lösung des inversen Problems.  
Studienarbeit an der Universität des Saarlandes (Fraunhofer-Institut für zerstörungsfreie Prüfverfahren, Bericht-Nr. 950152-TW), Saarbrücken 1995
- [3] Jaschan, A.: Entwicklung eines Programm-Codes für die Analyse der Meßsignale und die Optimie-

rung der Verfahrensparameter beim Wirbelstrom-Transmissionsverfahren zur Bestimmung der Dicke von Blechen im Fertigungsprozeß und Verifizierung der Ergebnisse im Experiment.  
Diplomarbeit an der Universität des Saarlandes (Fraunhofer-Institut für zerstörungsfreie Prüfverfahren, Bericht-Nr.970145-TW), Saarbrücken 1997

**Der Autor: Dipl.-Ing. A. Yashan** ist 27 Jahre alt. Nach dem Abitur in seiner Heimatstadt Iwano-Frankiwsk in der Ukraine studierte er Elektrotechnik, zunächst in Lemberg, später über den Deutschen Akademischen Austausch-



dienst an der Universität des Saarlandes mit dem Schwerpunkt Informationstechnik. Seit 1994 ist er am IZFP Saarbrücken, zunächst als

wissenschaftliche Hilfskraft später als Diplomand und derzeit als Doktorand.

1999 erhielt er für seine Arbeiten über die Modellierung von Wirbelstromaufgaben die Schiebold-Gedenkmünze .