

**ANALYSE SPECTRALE DU CHAMP DE DEPLACEMENT DANS LES
MULTICOUCHES ANISOTROPES : DISPERSION ET HOMOGENEISATION**

Morched Ben Amor ^(a), Mohamed Hédi Ben Ghazlen ^(a) et Patrick Lancelier ^(b)

(a) : Faculté Science de Sfax, Laboratoire d'Ultrason, 3003.Sfax. Tunisia, Fax 216 274437.

e-mail: morched_benamor@yahoo.fr

(b): Univ. Tech. Compiègne (UTC), Laboratoire Roberval UMR 6066 CNRS, BP 20529,
Compiègne Cedex, France.

Résumé

L'étude de la propagation des ondes élastiques dans les milieux multicouches intéresse plusieurs chercheurs, dans plusieurs domaines géophysique, acoustique et électromagnétisme. Parmi les applications de ces études nous pouvons citer l'analyse et la fabrication des matériaux fibreux et les composites de type carbone-époxy. Ces matériaux sont souvent constitués d'assemblage de couches dans lesquelles les fibres de carbones ont toutes la même orientation.

Les méthodes de calcul permettant de caractériser l'interaction ultrason-multicouche communément désigné par la matrice de transfert repose essentiellement sur les relations de continuité établissant la continuité du champ de déplacement et celle de la contrainte au niveau de chaque interface. Des programmes de calcul ont été élaborés, permettant la détermination du champ de déplacement au niveau des interfaces et en n'importe quel point du multicouche.

Trois types de multicouches à base de carbone-epoxy sont étudiés là où la cellule motif constituant le multicouche est soit bi-couche 0/90, tri-couche 0/60/-60 ou quadri-couche /0/45/90/-45. Les résultats obtenus montrent que pour un même multicouche, les écarts avec un matériau homogène augmentent avec l'incidence. Mais la zone d'homogénéisation s'élargit lorsque le nombre de couche de la cellule motif diminue. Le calcul réalisé sur un multicouche quelconque en carbone-epoxy révèle un champ de déplacement qui dépend de l'incidence et de la fréquence de l'onde plane excitatrice. En dessous des angles critiques, on découvre la superposition des trois modes transmis susceptibles de se propager dans le milieu. Une analyse spectrale moyennant la Transformée de Fourier Rapide (FFT), permet de retrouver leurs nombres d'ondes respectifs. Leurs écarts par rapport au spectre d'un matériau homogène permettent de donner une indication quant à une homogénéisation éventuelle.

Mots clés :

Milieu périodique, Ondes de Floquet, Homogénéisation.

PACS no. 43.35, Cg,43.20.Fr

INTRODUCTION

L'étude de la propagation des ondes élastiques dans les milieux multicouches intéresse plusieurs chercheurs, dans plusieurs domaines géophysique, acoustique et électromagnétisme. Parmi les applications de ces études nous pouvons citer l'analyse et la fabrication des matériaux fibreux et les composites de type carbone-époxy. Ces matériaux sont souvent constitués d'assemblage de couches dans lesquelles les fibres de carbones ont toutes la même orientation. Chaque couche faisant elle-même un angle donnée par rapport à celles qui l'entourent, par exemple les multicouches de types 0/90 et 0/45/90/-45 souvent rencontrées dans les littératures [12, 14, 16, 20, 21].

La propagation des ultrasons dans ces multicouches anisotropes a fait l'objet de plusieurs travaux récent. Ainsi Richards [1] puis Gatignol, Rousseau et Moukemaha [2, 3] ont étudiés les milieux multicouches périodiques solides isotropes pour une incidence donnée en faisant intervenir les ondes de Floquet.

Les importants travaux de Chimenti et Nayfeh [4, 5] ont porté sur des milieux anisotropes dont la symétrie la plus générale correspond à un système cristallin monoclinique dont l'axe de symétrie est perpendiculaire aux interfaces. Ils ont développé une matrice de transfert pour un milieu multicouche anisotrope. Ils ont obtenu des propriétés particulières sur les matrices de transfert: Le déterminant est égal à un, valeurs propres inverses deux à deux.

Le caractère très dispersif des ondes dans les multicouches est connu depuis longtemps: Les travaux de Brillouin [6] puis ceux de Haskell [7] qui étudiaient la dispersion dans des couches isotropes, conduisent à une interprétation sur le comportement de filtre mécanique [8]. Ainsi pour certaines bandes de fréquences appelées bandes d'arrêt en fréquence le système ne permet pas la propagation des ondes de Floquet, alors qu'il l'autorise pour d'autres bandes de fréquences.

Schoenberg [9], en cette période, étudie des couches fluides/solides alternées précise que le milieu homogénéisé qui modélise le comportement des grandes longueurs d'onde du milieu périodique solide/fluide doit avoir la même surface lenteur que celle du milieu multicouche.

Gatignol, Rousseau et Mouhemaha [10, 11,12] ont obtenu les solutions de l'équation de dispersion dans un multicouche périodique constitué de couches de fluides ou isotropes Rousseau a montré les zones propagatives et évanescentes des ondes de Floquet pour des couches fluides ou solides en incidence oblique.

Plus récemment, Braga et Hermann en 1988 [8] et en 1992 [13] ont obtenu l'équation de dispersion d'ordre six pour des multicouches constitués de couches orthotropes puis des couches ayant un plan de symétrie parallèle à leurs interfaces. Ils ont montré que les valeurs propres de la matrice de transfert sont soit réelles et opposées deux à deux soit complexes conjuguées et ont relié ces propriétés aux courbes de dispersion, le caractère réel s'associe à des ondes propagatives c'est à dire des bandes passantes en fréquence, et le caractère complexe correspond à des ondes non propagatives liés aux bandes d'arrêt du spectre de dispersion de la zone de Brillouin.

Plus récemment, Catherine et al [12,13] applique la solution des ondes de Floquet pour un milieu multicouche fini et s'intéressent essentiellement à l'homogénéisation du matériau composite en utilisant la théorie des ondes de Floquet.

Dernièrement en 2002, Wang et Rokhlin [14,15] développent une méthode dynamique d'homogénéisation basée sur les ondes de Floquet. Ceci permet de déterminer les domaines de bandes passantes et d'arrêt des ondes de Floquet en fréquence et en incidence pour deux configurations du matériaux composites 0/90 et 0/45/90/-45. L'espace angle d'incidence–fréquence est réparti en quatre régions séparées par trois angles critiques. Ce comportement est analogue à la propagation des ondes élastiques dans un milieu homogène anisotrope unique. Dans cette étude, Wang et al [14] permettent de déterminer la zone de fréquence qui permet de considérer le milieu multicouche périodique comme un milieu homogène anisotrope où peuvent se propager trois ondes élastiques qui deviennent inhomogènes au dessus de ces angles critiques.

Le but de cette contribution est de décrire le champ de déplacement dans les différentes couches de la cellule motif du multicouche de type carbone-époxy. Ce champ de déplacement permettra de faire une meilleure lecture des diagrammes complexes de dispersion. Les limites des domaines d'homogénéisation seront définies à partir de la représentation du champ de déplacement. Les diagrammes de bandes passantes et bandes d'arrêt sont établis dans le cas du multicouche de types 0/90 ,0/45/90/-45 et 0/60/-60. Une étude comparative des ondes élastiques dans ces multicouches est réalisée.

Le présent travail est basé sur le concept des ondes de Floquet et la méthode des matrices de transfert, qui demeure parfaitement stable pour une bonne gamme de fréquence et surtout quand il s'agit de définir le domaine d'homogénéisation.

I. GEOMETRIE DU MILIEU DE PROPAGATION

Un milieu multicouche périodique résulte de l'assemblage d'un grand nombre de cellule motif. Chaque cellule comprend un nombre réduit de couche d'orientations différentes. La description d'un tel système et les calculs relatifs à l'étude de la propagation des ultrasons, sont ramenés à une base unique dite base de travail (X_1, X_2, X_3).

On associe à une couche deux entiers p et q , le premier correspond au rang de la couche dans la cellule et le second au rang de la cellule d'appartenance. Par h_q on désigne l'épaisseur de chaque couche et par h l'épaisseur de la cellule motif. Sur la figure 1 on a schématisé un multicouche (a) ainsi que la cellule appropriée (b) constituée de N couches. Dans le présent travail le multicouche est toujours limité par l'eau au sommet $X_3 = 0$ et à la base $X_3 = H$.

Les multicouches objets de ce travail sont à base Carbone-époxy. Ce matériau de propriétés mécaniques intéressantes est souvent assimilé à un matériau homogène de symétrie hexagonale, l'axe 6 est confondu avec la direction des fibres de carbones. Les différentes couches d'une même cellule différentes les unes des autres par l'angle compris entre le plan d'incidence (X_1, X_3) et l'axe 6.

La propagation des ultrasons dans une couche est décrite par la superposition de six ondes planes dont l'expression analytique nécessite plusieurs données relatives à l'orientation de cette couche. Parmi ces données on peut citer essentiellement le tenseur de rigidité D_{ijkl} , la polarisation \vec{p}_η et le lenteur \vec{m}_η avec $1 \leq \eta \leq 6$.

Ces données sont calculées séparément et de manière indépendante du multicouche. Des fichiers de données relatives à chaque orientation des fibres sont préalablement préparés, elles permettent d'écrire les champs de déplacement et de contrainte à n'importe quel point de la couche q .

Dans les expressions du champ de déplacement et de contrainte relatives à une couche, les seules inconnues sont les amplitudes complexes des six ondes planes a_η [16].

$$u = \sum_{\eta=1}^3 (a_\eta^+ p_\eta^+ e^{-i\omega m_3^+ \eta(z-z_q)} + a_\eta^- p_\eta^- e^{-i\omega m_3^- \eta(z-z_{q-1})}) e^{-i\omega(m_1 X_1 - t)} \quad (1)$$

Les contraintes s'expriment en fonction des déplacements par la relation suivante

$$\sigma = \sum_{\eta=1}^3 \left(a_{\eta}^{+} d_{\eta}^{+} e^{-i\omega m_3^{+\eta(x_3-z_q)}} + a_{\eta}^{-} d_{\eta}^{-} e^{-i\omega m_3^{-\eta(x_3-z_q-1)}} \right) e^{-i\omega(\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{X}_1 - t)} \quad (2)$$

où les composantes $(d_i^{\pm})_q$ des vecteurs contraintes d_q^{\pm} sont reliées aux vecteurs polarisations p_q^{\pm} par :

$$d_q^{\pm} = (i\omega C_{i3ln} p_l^{\pm})_q \quad (3)$$

p_{η}^{+} et p_{η}^{-} désignent respectivement les vecteurs polarisations correspondants des ondes de vecteurs lenteurs $(m_3^{+})_{\eta}$ et $(m_3^{-})_{\eta}$.

Les signes + et - désignent respectivement des ondes propagatives dans les directions $+X_3$ et $-X_3$.

En écrivant les conditions aux limites à l'interface séparant deux couches successives, on exprime les amplitudes des déplacement des ondes dans chaque couche en fonction de celles dans la couche suivante. Ce passage se fait par l'intermédiaire de matrice (6,6) de propagation de chaque couche. Par multiplication des ces matrice de propagation on obtient une matrice dite de transfert de tout le multicouche. La diagonalisation de la matrice de transfert de la cellule, fournit Les six ondes de Floquet et les six vecteurs propres associés. Ces six ondes de Floquet peuvent être réelles et opposées deux à deux ou complexes conjuguées.

Une fois déterminé la matrice de transfert de tout le multicouche, nous pouvons calculé les amplitudes de déplacement dans une couche q, il suffira de résoudre le système final obtenu par l'écriture des conditions aux limites qui sont quatre pour l'interface $X_3=0$ et quatre pour l'interface $X_3=H$. la résolution de ce système fournit les six amplitudes a_{η}^q des six ondes de la couche q et les deux coefficients de réflexion et de transmission.

Outre l'étude théorique une grande partie de ce travail est consacré à la mise au point d'un logiciel de calcul de la propagation dans un milieu multicouche anisotrope quelconque a été développé sous Matlab. Ce logiciel permet de faire plusieurs fonctions :

- Calcul des coefficients de réflexion transmission.
- Traçage des courbes lenteurs des ondes de Floquet du multicouche.
- Traçage des courbes de dispersions des ondes de Floquet du multicouche.
- Représentation des domaines de bandes passantes et bandes d'arrêt d'un multicouche.
- Détermination des champs de déplacement que ce soit à partir concept des ondes de Floquet ou en faisant usage des conditions de continuité .

Dans cette étude, nous nous intéressons aux multicouches en Carbone-époxy de type 0/90, 0/45/90/-45 et 0/60/-60.

III. COURBES DE DISPERSION -HOMOGENEISATION

Le milieu homogénéisé du milieu multicouche n'est justifié que lorsque les longueurs d'ondes sont grandes devant l'épaisseur de la cellule motif. Autrement dit les fréquences doivent être inférieure à une certaine valeur qu'on appelle la fréquence limite faible par rapport à la longueur d'onde, qui s'identifie à la distance séparant deux interfaces successives vibrant en phase. Dans ce cas les effets des interfaces entre les couches dans une cellule deviennent moins importantes.

Le milieu homogénéisé qui simule le comportement du milieu multicouche dans le domaine des grandes longueurs d'ondes doit avoir les mêmes surfaces de lenteurs et les mêmes courbes de dispersion que le milieu multicouche [6,17, 18,19].

Nous avons tracé les variations du nombre d'onde réduit de Floquet $K.h$ en fonction de la fréquence. Pour un matériau homogène la courbe de dispersion, donnée par la figure 2, est formée par des droites linéaires. On remarque que pour un tel matériau qu'il y a absence des bandes interdites. Dans notre cas, le multicouche est considéré comme étant un milieu périodique infini à base carbone époxyde.

Les figures (2), (3), (4) et (5) représentent respectivement les courbes de dispersion pour une incidence égale à 15° , d'un matériau homogène anisotrope et des multicouches de matériau Carbone-époxy de type 0/90, 0/45/90/-45 et 0/60/-60. L'examen de ces figures montre que la zone basse fréquence relative au domaine d'homogénéisation s'élargit au fur et à mesure que la cellule motif se rétrécit. Ces mêmes courbes révèlent des bandes interdites absentes dans le cas d'un matériau homogène, il en résulte l'impossibilité d'homogénéité à haute fréquence.

Le domaine d'homogénéité se situe dans la partie linéaire de la courbe de dispersion. Les trois vitesses de phase des ondes de Floquet sont déterminées à partir des pentes des droites des courbes de dispersion. Ces vitesses de phase des ondes de Floquet diminuent avec le nombre de couche dans la cellule motif. La vitesse la plus grande correspond au mode QL et les deux autres aux modes QTV et QTH qui tendent vers la même vitesse lorsque le nombre de couche dans la cellule motif augmente.

Pour un multicouche périodique de type Ce 0/90, les courbes de dispersion (fig.2) sont des droites linéaires jusqu'à la fréquence $f = 2.5$ MHz, nous pouvons donc considérer que le

milieu est homogène jusqu'à 2.5 MHz. Pour des fréquences plus élevées, la dispersion augmente et le matériau devient inhomogène.

Pour un multicouche périodique en Carbone-époxy de types 0/90, 0/45/90/-45 ou 0/60/-60, les courbes de dispersion donnée par les figures (3),(4) et(5), la bande de fréquence pour laquelle Les courbes de dispersion sont des droites linéaires est plus réduite.

Pour mieux analyser les courbes de dispersion, nous avons tracé, pour plusieurs incidences des courbes de dispersion pour un multicouche de type 0/45/90/-45.

Pour une incidence égale à 15° , la courbe de dispersion (fig.4), montre trois branches acoustiques. Ces branches correspondent aux modes quasi longitudinale QL et deux modes transverses QTH et QTV. Le mode QL est le mode le plus rapide ce qui correspond à la branche dont la pente est la plus faible. Le mode QTH est celui qui possède une pente maximale ce qui correspond à une vitesse de phase minimale.

La variation des courbes de dispersion pour plusieurs angles d'incidence que les courbes de dispersion du C.e 0/45/90/-45 dépend de l'angle d'incidence par rapport aux angles critiques des modes QL, QTV et QTH.

Pour une incidence égale à 20° , la courbe de dispersion pour le même multicouche 0/45/90/-45 est donnée par la figure 4. Nous remarquons que seuls les modes transverses qui persistent, le mode QL est absent puisque nous avons dépassé son angle critique. La courbe de dispersion montre aussi que les deux modes transverses possèdent la même vitesse de phase puisque les deux branches sont confondues. Il y a donc dégénérescence des modes QTH et QTV. Si nous augmentons l'incidence, égale à 25° , la courbe de dispersion donnée sur la figure 5, montre une levée de dégénérescence des modes QTH et QTV.

Pour une incidence égale à 40° la courbe de dispersion devient comme représentée sur la figure10. Cette courbe montre bien qu'un seul mode qui persiste c'est le mode QTH, les modes QL et QTV sont absents puisque nous dépassons les angles critiques de ces deux modes. La première bande d'arrêt en fréquence est de l'ordre 2.5 MHz, jusqu'à cette fréquence, les courbes de dispersion sont des branches acoustiques du mode QTH. A partir de la fréquence 3.8 MHz, sont des branches optiques du même mode.

Les six ondes de Floquet obtenues par diagonalisation de la matrice de transfert de la cellule peuvent être réelles et complexes. Les solutions complexes correspondent les bandes d'arrêts et les ondes de Floquet correspondantes sont non propagatives. Pour les solutions réelles correspondent les bande passantes et les ondes de Floquet correspondantes sont propagatrices.

Nous avons représenté dans le plan (k, w) le domaine d'homogénéisation du multicouche pour différents types d'orientation. Ces diagrammes nous rappellent le comportement d'un matériau homogène anisotrope avec les trois angles critiques. Au dessus d'un angle critique les ondes deux parmi les ondes de Floquet deviennent inhomogènes. Dans ces diagrammes nous faisons apparaître, par une ligne en pointillé, la région d'espace où le matériau peut être considéré comme homogène.

Les figures (9.a, b, c, d) montrent les diagrammes de bandes passantes et bandes d'arrêt pour un multicouche d'un matériau homogène anisotrope et les multicouches de type 0/90, 0/45/90/-45 et 0/60/-60. Nous remarquons que ces diagrammes peuvent être divisés en quatre régions. Chaque région est caractérisée par une teinte qui représente le nombre d'onde de Floquet qui se propage dans la bande passante : le blanc indique la région où les six ondes de Floquet sont réelles, ces ondes sont toutes propagatives. Le noir indique la région de bande d'arrêt où toutes les ondes de Floquet sont complexes c'est à dire les six ondes de Floquet deviennent inhomogènes. Les deux autres teintes de couleur entre le blanc et le noir (gris) indiquent que seulement quatre ou deux ondes de Floquet peuvent se propager uniquement.

Pour un matériau homogène anisotrope le diagramme de bande passante et bande d'arrêt représenté sur la figure (9.a). Ce diagramme comporte quatre zones séparées par trois angles critiques.

Pour un matériau de type 0/90, le diagramme de bande passante et bande d'arrêt représenté sur la figure (9.b). La première bande d'arrêt correspond à une fréquence de l'ordre de 3.2 MHz, pour une incidence normale. Au dessus de cette bande de fréquence le matériau devient dispersif. Pour des fréquences inférieures à cette première bande d'arrêt, les ondes de Floquet se comportent comme des ondes planes se propageant dans un milieu homogène. Dans ce domaine de fréquence nous pouvons considérer que le milieu périodique est comme un milieu homogène anisotrope. Ce même raisonnement est réalisé pour des angles d'incidences supérieures ce qui permet de localiser la zone d'homogénéisation du multicouche. Sur les diagrammes de bandes passantes et bandes d'arrêt que nous avons tracés, cette région est limitée par une courbe pointillée.

Pour les autres types d'orientations 0/45/90/-45 et 0/60/-60, la première bande d'arrêt est plus réduite, pour une incidence normale.

Ces diagrammes représentés ci-dessous sont très importants dans le cas du contrôle non destructif. En effet, pour un milieu multicouche, les bandes d'arrêt angulaires ou en fréquence correspondent à des ondes de Floquet non propagatives c'est à dire la zone noire. Dans ce cas,

lors d'un contrôle non destructif, il est inutile de chercher à détecter un défaut éventuel dans le multicouche, car toute l'onde incidente sera totalement réfléchi.

V. ANALYSE SPECTRALE DU CHAMP DE DEPLACEMENT

Nous nous proposons de décrire les ondes ultrasons prenant naissance dans le matériau multicouche à travers le champ de déplacement. Les points du multicouche se mettent à osciller avec une certaine amplitude. Deux points successifs oscillant le long de X_3 , la direction d'empilement des couches, avec la même amplitude sont séparés par la longueur d'onde λ . Les variations de λ en fonction de la fréquence d'excitation constituent un moyen pour remonter aux propriétés dispersives du multicouche.

La description du champ de déplacement dans les différentes couches de la cellule motif du multicouche permettra de faire une meilleure lecture des diagrammes complexes de dispersion.

En présence d'anisotropie il est difficile de définir la zone d'homogénéisation d'un multicouche [15]. Une nouvelle alternative est proposée, elle consiste à comparer les champs de déplacement à des profondeurs régulières d'un multicouche au champ de déplacement d'un matériau homogène. La méthode de matrice de transfert permettant le calcul des facteurs de réflexion-transmission conduit entre autre aux amplitudes des six ondes apparaissant au niveau de chaque couche.

Les calculs réalisés sur le multicouche homogène révèle un champ de déplacement qui dépend de l'incidence et de la fréquence de l'onde plane excitatrice. En dessous des angles critiques on découvre la superposition des trois modes transmis susceptibles de se propager dans ce milieu homogène, dont les caractéristiques sont données par les lois de Snell-Descartes.

Sur la figure on observe le déplacement résultant de la superposition des modes QL, QTV et QTH. Une analyse spectrale moyennant la Transformée de Fourier Rapide (FFT), permet de retrouver leurs nombres d'ondes respectifs.

Cette approche peut être appliquée à un multicouche inhomogène, elle permettra de reconnaître les modes prenant naissance dans le multicouche. L'analyse spectrale du champ de déplacement nous permettra d'apprécier les écarts par rapport au spectre d'un matériau homogène. La qualité du spectre obtenu dépend de deux paramètres : l'épaisseur du multicouche responsable de la résolution et le pas de l'échantillonnage lié à la largeur des nombres d'ondes scrutés.

L'objectif de ce paragraphe est la conception d'une nouvelle approche numérique dans l'étude du problème d'homogénéisation des multicouches. Cette technique se situe en amont d'autres méthodes [12,13,14,15] basées sur le calcul des ondes de Floquet qui suppose le milieu périodique est infini.

L'approche proposée comporte l'investigation du champ de déplacement pour un multicouche de type carbone-époxy. Le principe de la méthode repose sur l'analyse spectrale du champ de déplacement des particules dans le multicouche, ce qui permet d'identifier les nombres d'onde susceptibles de s'y propager. Cette approche permettra de formuler un jugement des méthodes d'homogénéisation présentes dans la littérature.

IV.2. Spectre du déplacement

Les méthodes de calcul permettant de caractériser l'interaction ultrason-multicouche communément désignées par matrice de transfert et matrice de rigidité reposent essentiellement sur les relations de continuité établissant la continuité du champ de déplacement et celle de la contrainte au niveau de l'interface. Sur la base des travaux de L.Wang et S.I.Rokhlin [16], des programmes de calcul ont été élaborés, permettant la détermination du champ de déplacement au niveau des interfaces et à n'importe quel point du multicouche. La représentation du champ de déplacement a été accompli pour le multicouche homogène et le multicouches en carbone-époxy de type 0/90 ,0/45/90/-45 et 0/60/-60 pour un nombre maximal de cellule motif $P = 200$. Le champ de déplacement calculé est étroitement lié à l'incidence de l'onde excitatrice et à sa fréquence.

IV.2.1. Matériau homogène

A titre d'exemple, nous prenons un multicouche unidirectionnelle où les fibres de carbone sont à 45° de la direction \vec{X}_1 . Il s'agit donc d'un matériau homogène anisotrope. L'analyse spectrale d'un tel matériau révèle trois nombres d'ondes en dessous des angles critiques (fig.10). En cas d'une incidence supérieure au premier angle critique on enregistre l'extinction d'un mode. Au-delà des angles critiques, le matériau s'oppose au transport du champ de déplacement, ceci correspond à une réflexion quasi-totale et un facteur de transmission très faible (fig.11).

De même, nous avons déterminé les courbes de dispersion du nombre d'onde en fonction de la fréquence, pour le multicouche homogène. Il est clair que le milieu est non dispersif puisque ces courbes de dispersion sont linéaires.

IV.2.1. Multicouche 0/90

L'analyse spectrale d'un multicouche en carbone-époxy de type 0/90, pour une incidence de 12° et pour une fréquence de 1MHz fait apparaître les deux modes actifs QL et QTV dans le matériau (fig.13). Ce multicouche présente un plan de symétrie confondu avec le plan sagittal. L'application des conditions de continuité montre de manière évidente l'absence de l'excitation du mode transverse QTH. L'analyse spectrale en dessous des angles critiques fait apparaître deux bandes relatives aux modes QL et QTV.

En faisant croître la fréquence pour la même incidence, l'analyse spectrale du champ de déplacement montre la dépendance des nombres d'ondes des modes excités de la fréquence. Les variations du nombre d'onde en fonction de la fréquence pour une incidence donnée révèle que les courbes de dispersion sont linéaires en dessous d'une fréquence limite ce qui montre que le milieu peut être considéré comme homogène en dessous de cette fréquence. Au-delà de cette fréquence, le matériau devient dispersif et révèle un caractère différent de celui d'un matériau homogène. Pour un multicouche périodique de type Ce 0/90, les courbes de dispersion (fig.13) sont des droites linéaires jusqu'à la fréquence $f = 3.8$ MHz, nous pouvons donc considérer que le milieu est homogène jusqu'à 3.8 MHz cette fréquence. Pour des fréquences plus élevées, les courbes ne sont plus linéaires et le matériau devient inhomogène. La représentation de la variation de la pente $\Delta K_z / \Delta \omega$ en fonction de la fréquence ω permet de d'identifier la plage d'homogénéisation du matériau. Cette plage est limitée par la partie où la pente reste constante.

IV.2.1. Multicouche 0/60/-60

Il s'agit maintenant d'un multicouche en carbone-époxy de type 0/60/-60.

Les variations du nombre d'onde en fonction de la fréquence pour une incidence égale à 12° révèlent que les courbes de dispersion sont linéaires pour une fréquence inférieure à 3.6 MHz.

Cette courbe fait apparaître trois modes : QL, QTV et QTH dans le matériau (fig.13) puisque le plan sagittal du multicouche ne présente plus un plan de symétrie. L'analyse spectrale, en dessous des angles critiques et pour une fréquence inférieure à 3.6MHz, fait apparaître trois

bandes relatives aux modes QL , QTV et QTH. Au-delà de cette fréquence, il apparaît clairement que le mode QTH devient dispersif et le matériau devient inhomogène (figure 14.a). Dans la région non dispersive c'est à dire au dessus de 3.6 MHz, la représentation de la variation de la pente $\Delta K_z/\Delta\omega$ en fonction de la fréquence ω permet d'identifier la zone d'homogénéisation du matériau. Sur la figure 16, cette zone est limitée par un trait vertical discontinu.

IV.2.1. Multicouche 0/45/90/-45

Il s'agit maintenant d'un multicouche en carbone-époxy de type 0/45/90/-45. Les trois modes QL, QTV et QTH sont toujours présents, vu que le plan sagittal n'est pas confondu avec un plan de symétrie du multicouche.

Les variations du nombre d'onde en fonction de la fréquence pour une incidence égale à 12° révèlent que les courbes de dispersion sont linéaires pour une fréquence inférieure à 3.4 MHz ce qui montre que le milieu peut être homogénéisé au dessous de cette fréquence. Au-delà de cette fréquence, il apparaît clairement que le mode QTH devient dispersif et le matériau révèle un caractère différent de celui d'un matériau homogène (figure 17.a et 17.b). La représentation de la variation de la pente $\Delta K_z/\Delta\omega$ en fonction de la fréquence ω permet de limiter la zone d'homogénéisation du matériau. Pour une fréquence supérieure à 3.4 MHz, l'analyse spectrale matériau fait apparaître plus que trois nombres d'ondes en dessous des angles critiques. Ce résultat nous amène à dire que le matériau n'est pas homogène. Cette situation est illustrée sur la figure 17.c.

VI. CONCLUSIONS

Les méthodes de calcul permettant de caractériser l'interaction ultrason-multicouche communément désigné par la matrice de transfert repose essentiellement sur les relations de continuité établissant la continuité du champ de déplacement et celle de la contrainte au niveau de chaque interface. Des programmes de calcul ont été élaborés, permettant la détermination du champ de déplacement au niveau des interfaces et en n'importe quel point du multicouche.

Les calculs réalisés sur un multicouche quelconque en carbone-époxy révèle un champ de déplacement qui dépend de l'incidence et de la fréquence de l'onde plane excitatrice. En

dessous des angles critiques, on découvre la superposition des trois modes transmis susceptibles de se propager dans le milieu. Une analyse spectrale moyennant la Transformée de Fourier Rapide (FFT), permet de retrouver leurs nombres d'ondes respectifs. Leurs écarts par rapport au spectre d'un matériau homogène permettent de donner une indication quant à une homogénéisation éventuelle.

L'intérêt de cette méthode d'homogénéisation réside d'une part en ce qu'elle ne se base plus sur le calcul des ondes de Floquet qui suppose que le milieu stratifié est infini. D'autre part, elle permet aussi d'évaluer le déplacement et la contrainte dus à la superposition des différents modes susceptibles de se propager dans le multicouche, à n'importe quel point.

Dans cette étude, trois types de multicouches à base de carbone-epoxy sont étudiés là où la cellule motif constituant le multicouche est soit bi-couche 0/90, tri-couche 0/60/-60 ou quadri-couche /0/45/90/-45. Les résultats obtenus montrent que pour un même multicouche, les écarts avec un matériau homogène augmentent avec l'incidence. Mais la zone d'homogénéisation s'élargit lorsque le nombre de couche de la cellule motif diminue.

Comme perspectives, à fin d'affiner le calcul et pour se rapprocher plus d'un cas réel, il faut introduire dans nos calculs, la viscoélasticité du milieu. Cette viscoélasticité se traduit en ultrason par une dispersion et une atténuation des signaux ultrasonores.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Richards P.G “ Elastic wave solutions in stratified media” *Geophysics*,36,5, p798-809,(1971).
- [2] Rousseau.M,” Floquet wave properties in a periodically layered medium” *J.Acoust.Soc.Am.*86,6, p2369-2376 (1989).
- [3] Moukemaha.J.S “ Modélisation des signaux acoustiques réfléchis par un multicouche périodique-Application à l’identification de défauts par méthodes ultrasonores ”, Thèse de doctorat, université de Technologie de Compiègne, (1991).
- [4] Chimenti.D.E, Nayfeh.A.H “Ultrasonic reflection and guided waves in fluid –coupled composite laminates ”, *J.Non.Destr.Eval.*,9,213,p51-69,(1990).
- [5] Nayfeh.A.H “ The general problem of elastic wave propagation in multilayered anisotropic media”, *J.Acoust.Soc.Am.*89,4, p1521-1531 (1991).
- [6] Brillouin.L “ wave propagation in periodic structures”, Dover Publication,Inc.,2nd Edition,(1953).
- [7] Haskell.N.A, “ The dispersion of elastic waves multilayered media”,*Seis.Soc.Am.*43,17,p17-34,(1953).
- [8] Braga.A.M.B, Herman.,G “Plane waves in anisotropic layered composites”. P81-98, *Am.Soc.Of Mech.Eng.New York*(1988).
- [9] Schoenberg.M, “Wave propagation in alternating solid and fluid layers”, *Wave Motion* 6, p302-320, (1984).
- [10] Rousseau.M, Gatignol.Ph, “Propagation acoustique dans un milieu périodiquement stratifié ”, *Acoustica*,64,p188-194,(1987).
- [11] Braga.A.M.B, Herman.,G “Floquet waves in anisotropic periodically layered composites”. *J.Acoust.Soc.Am.*91,3, p1211-1227 (1992).
- [12] Potel.C ,de Belleval. J.F.,Gargouri.Y, "Floquet waves and classical plane waves in an anisotropic periodically multilayered medium ; application to the validity domain of homogenization", *J. Acoust. Soc. Am*, 97, 5, 2815-2825, (1995)
- [13] Rehman.A.U., Potel.C, De Belleval. J.F., " Modélisation de champs ultrasonores réfléchis des matériaux composites - limites de l'homogénéisation", *Cofrend Nantes'97*, 2, 533-537, (1997).
- [14] Wang.L Rokhlin. S. I. “Floquet wave homogenization of periodic anisotropic media,” *J. Acoust. Soc. Am.* 112, p38–45 (2002).

- [15] Wang.L., Rokhlin S. I, “Analysis of ultrasonic wave propagation in multi-ply composites: Homogenization and effective anisotropic media,” in Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, edited by D. O. Thompson and D. E. Chimenti ~Plenum, New York, Vol.20B, pp. 1015–1023(2000).
- [16] Wang.L., Rokhlin S. I “ Stable reformulation of transfer matrix method for wave propagation in layered anisotropic media”, Ultrasonics 3 9, p 413-424 (2001).
- [17] Schoenberg.M, Scen.P.N “Properties of a periodically stratified acoustic half-space and its relation to a biot fluid.” J.Acoust.Soc.Am.73,p61-67 (1983).
- [18] Schoenberg.M, Plane wave propagation in stratified anisotropic media.” J.Acoust.Soc.Am.73,p61-67 (1983).
- [19] Kelbig.K, “Anisotropy and dispersion in a periodically layered media.” Geophysics, vol.49,p364-373,(1984).
- [20] Potel.C, De Belleval. J.F., "Propagation in a periodically anisotropic multilayered media", J. Acoust. Soc. Am, 93, 5, 2669-2677, (1993)

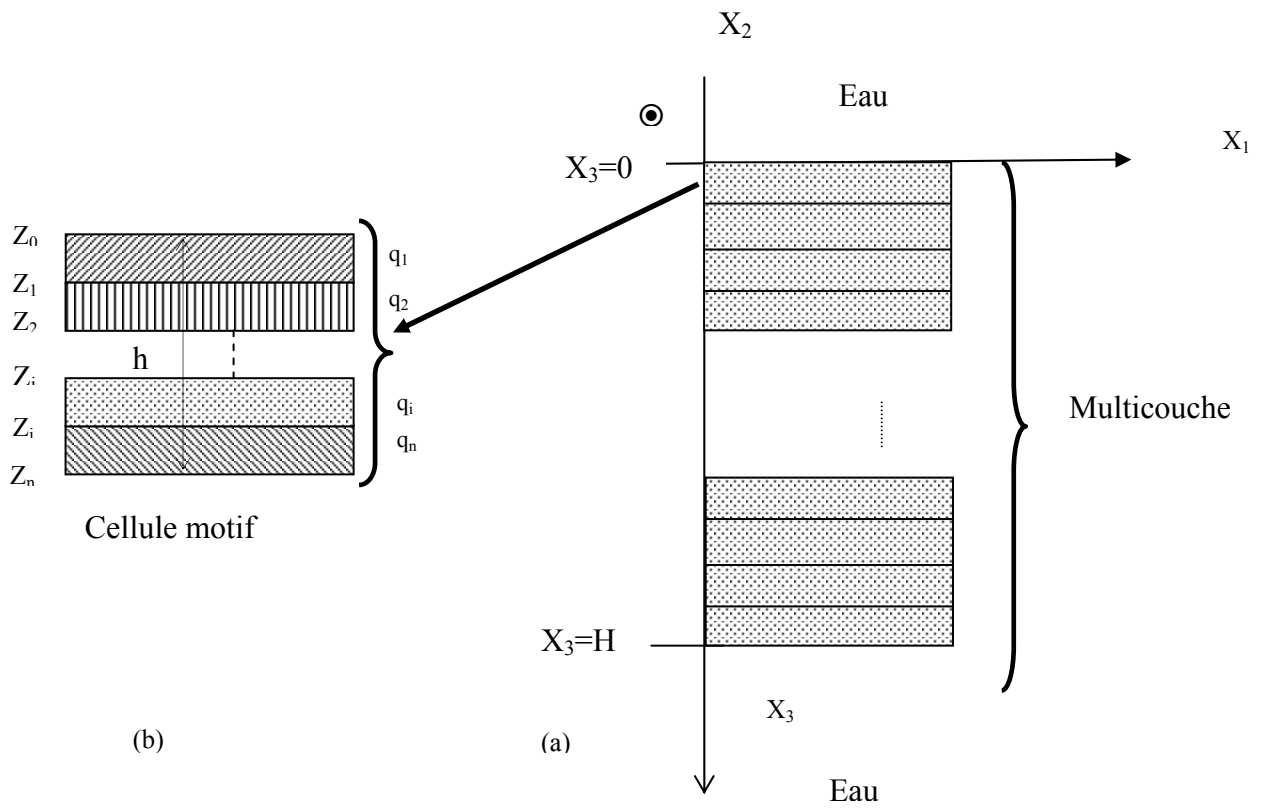


Fig.1

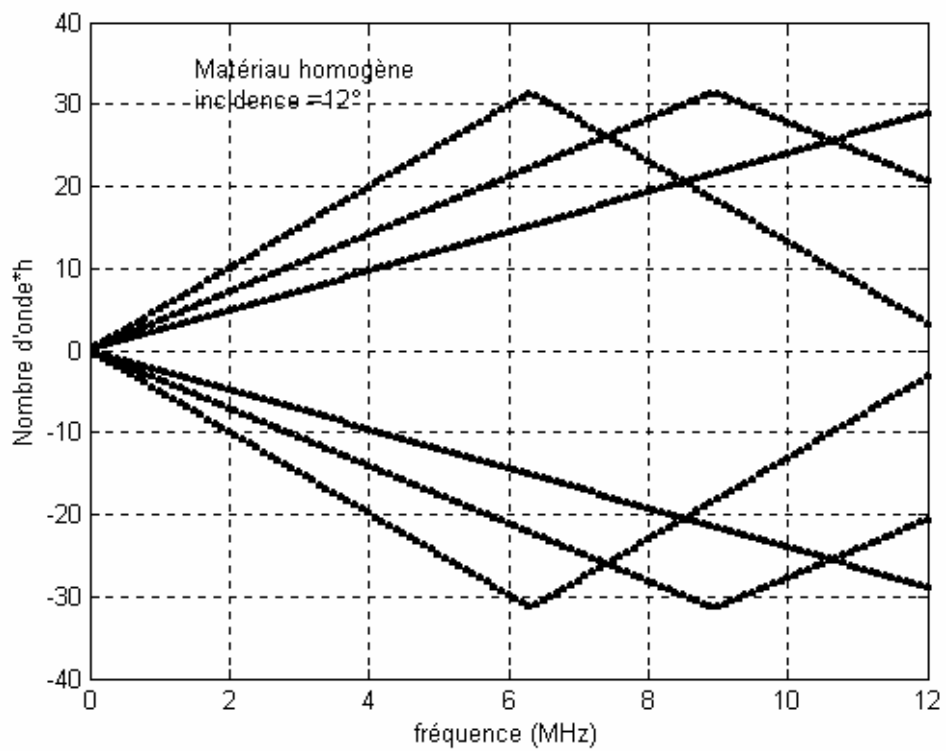


Fig.2

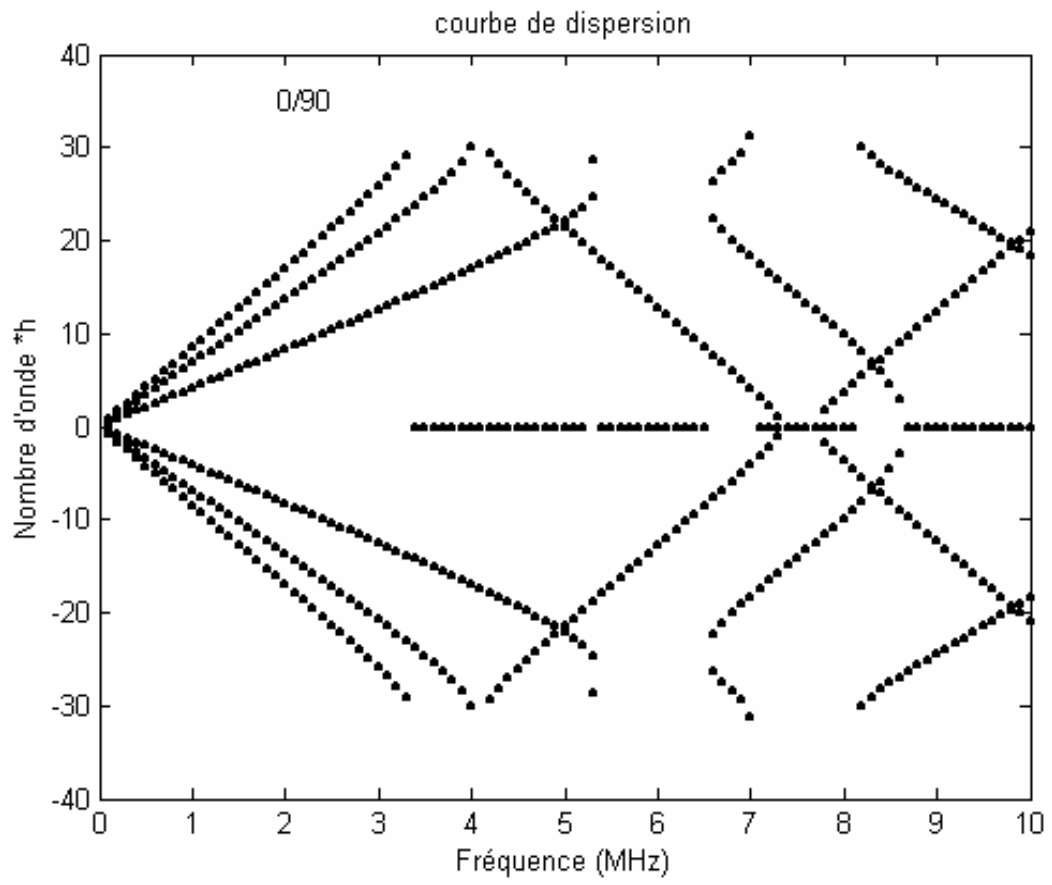


Fig.3

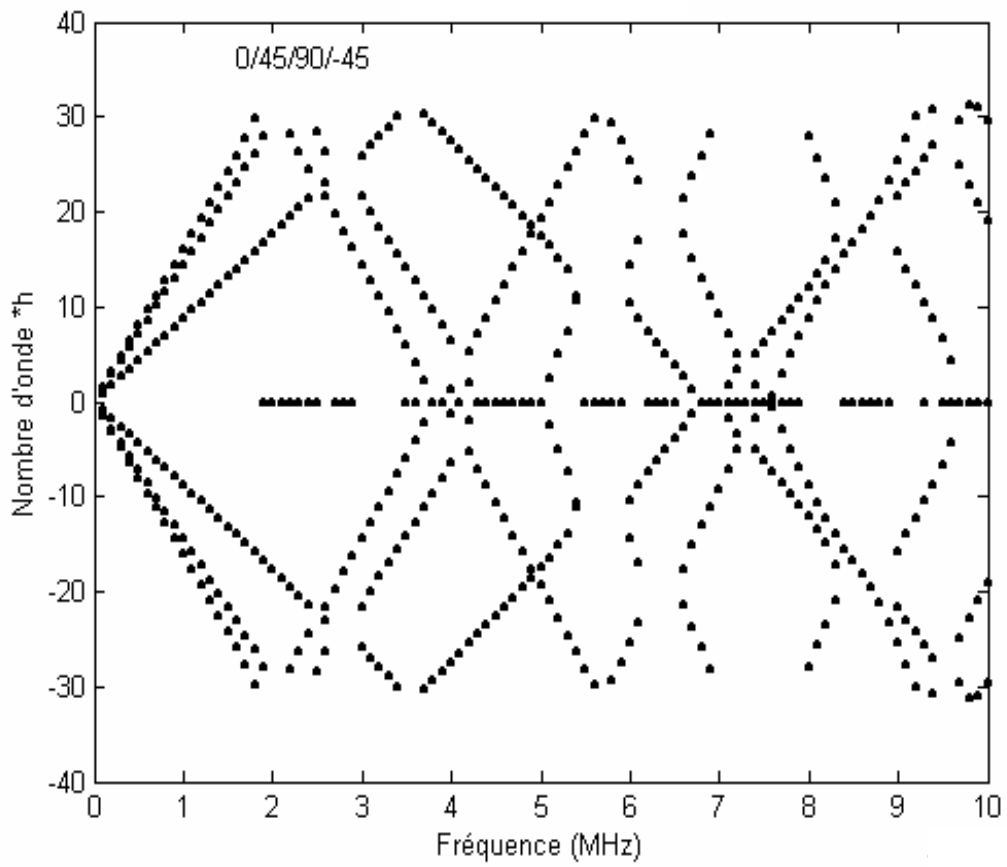


Fig.4

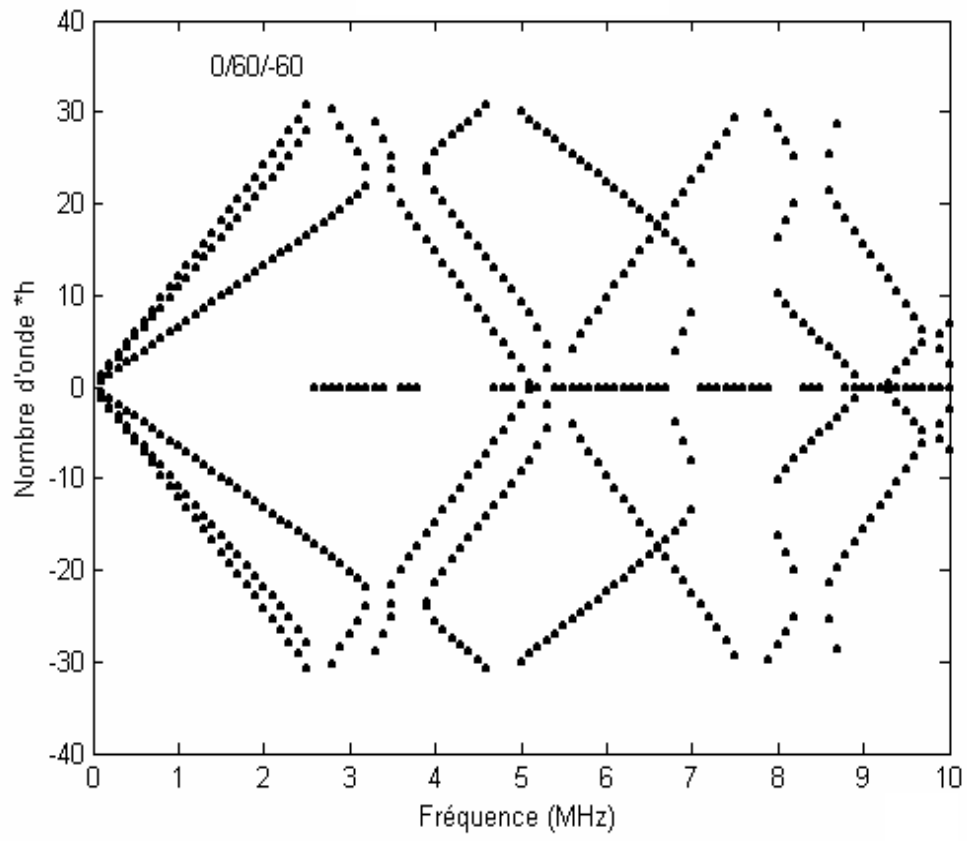


Fig.5

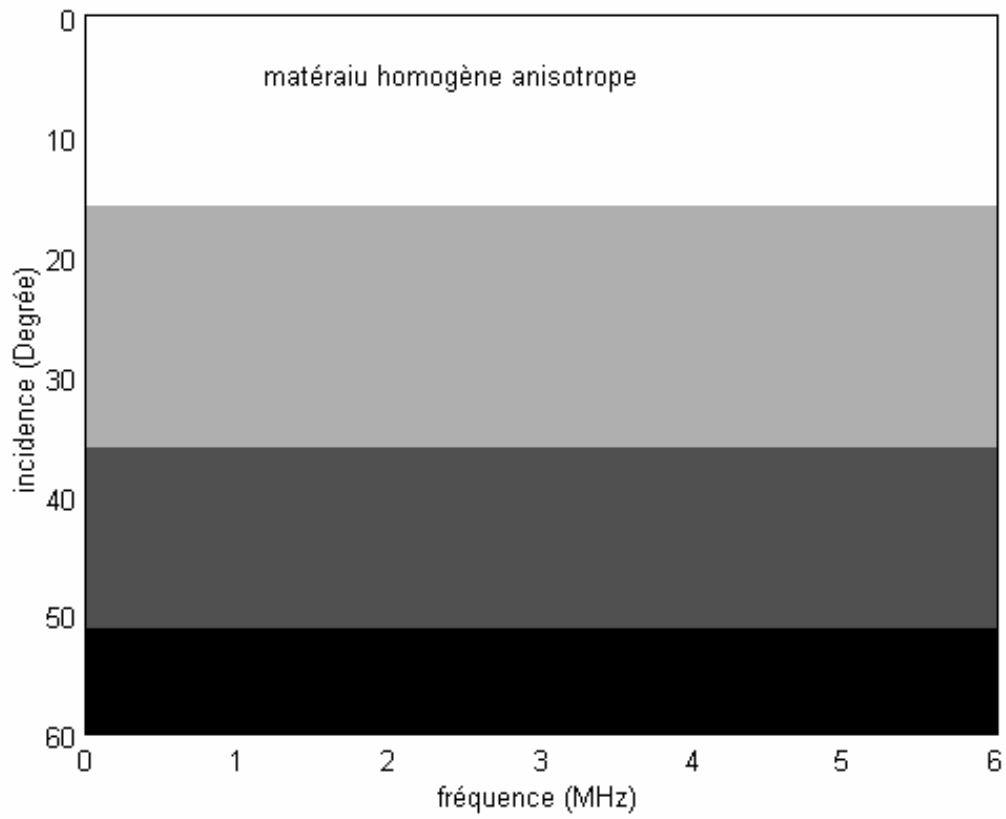


Fig.6

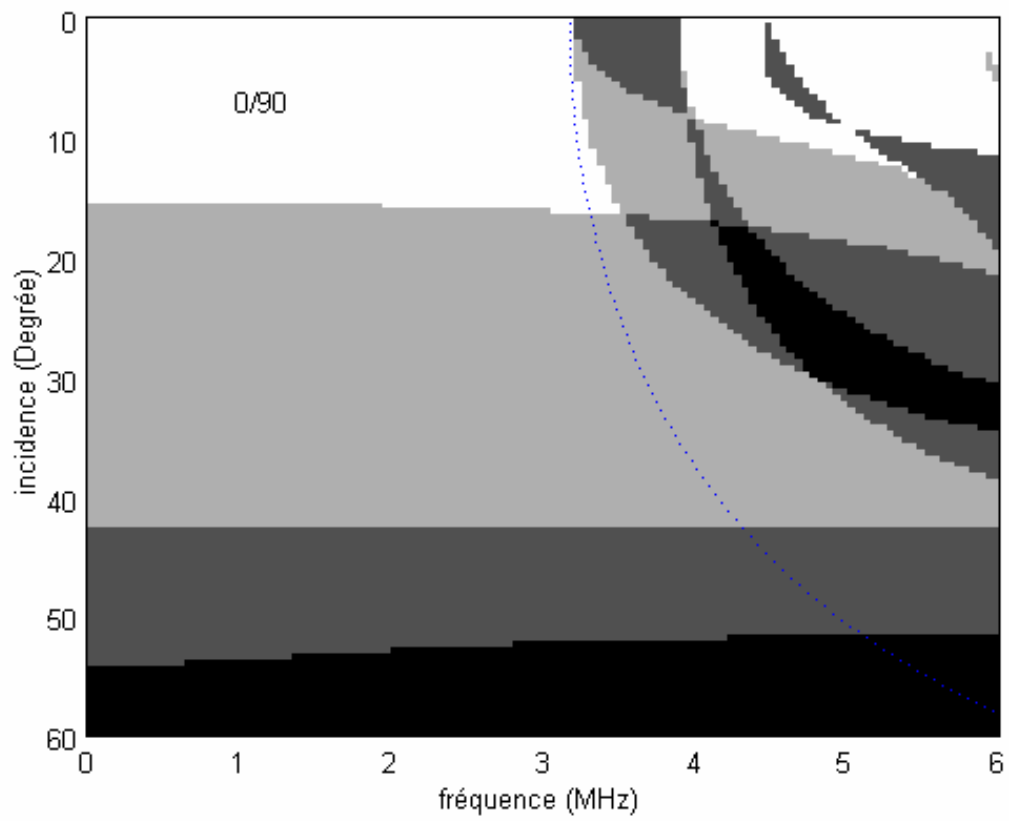


Fig.7

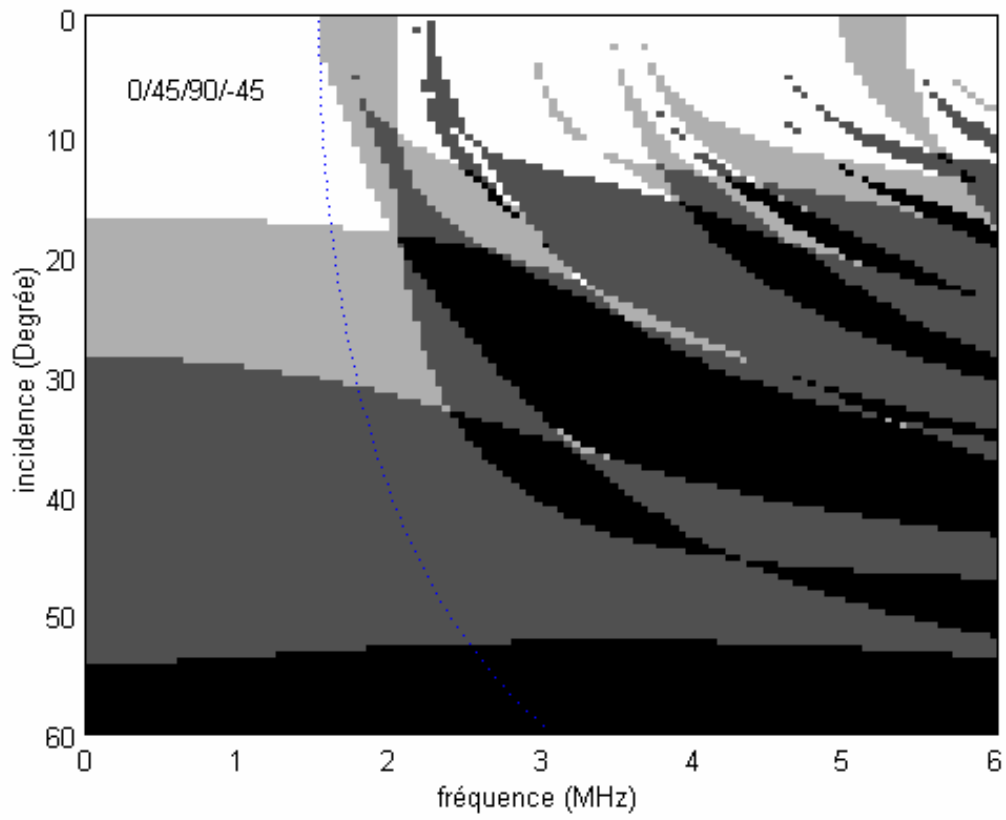


Fig.8

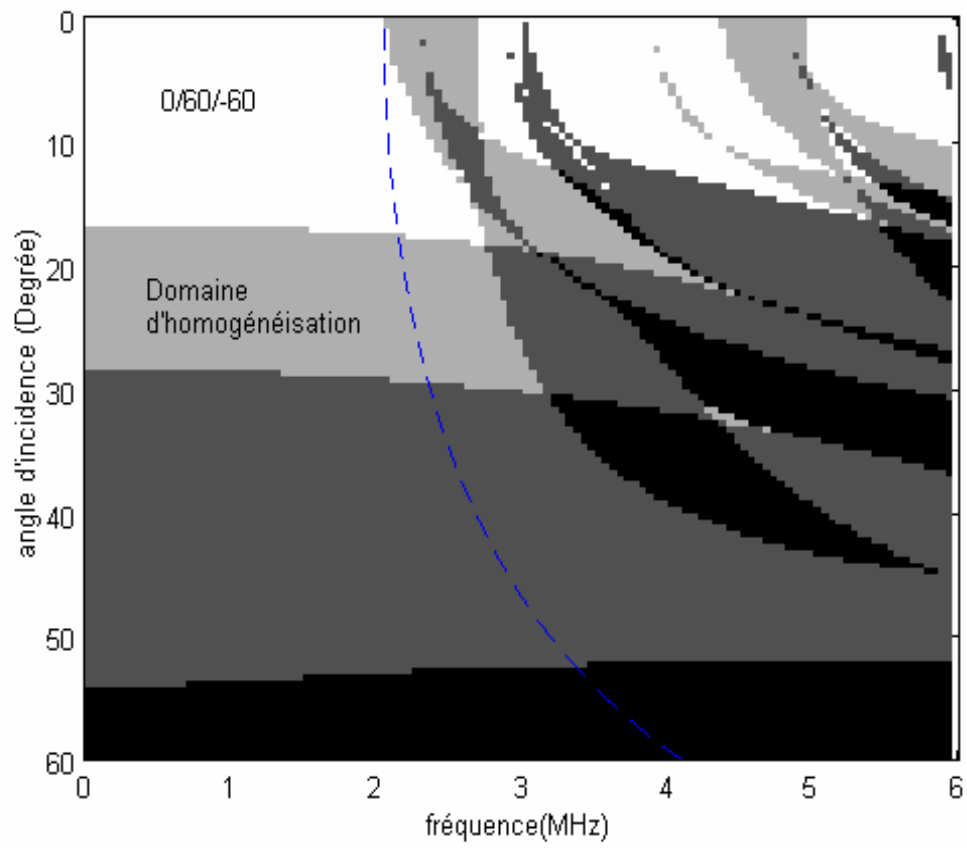


Fig.9

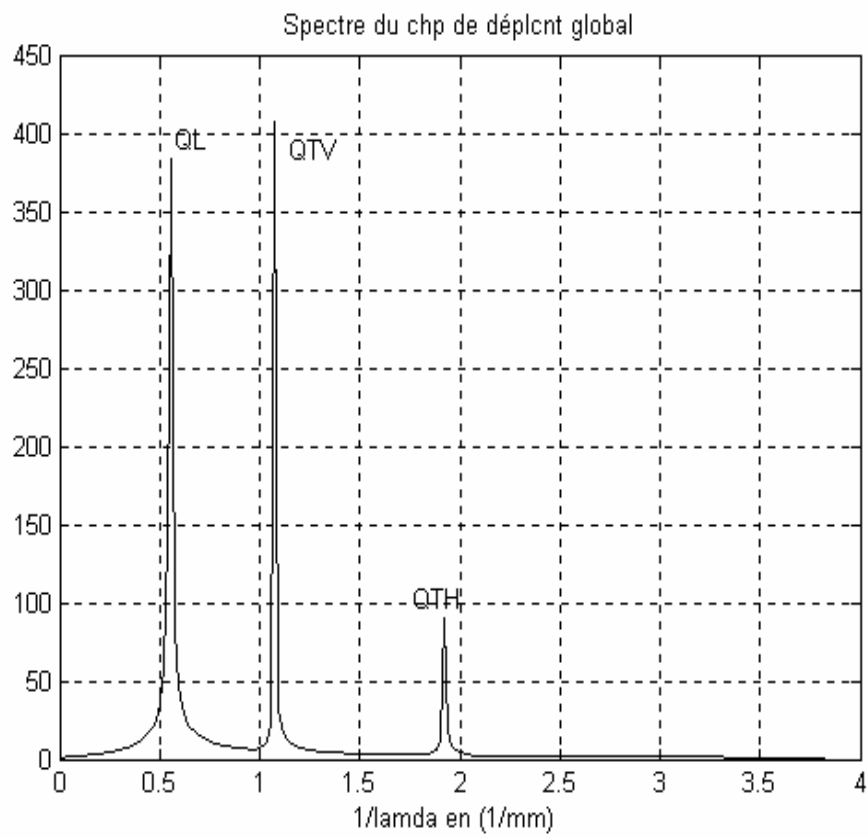


Fig.10

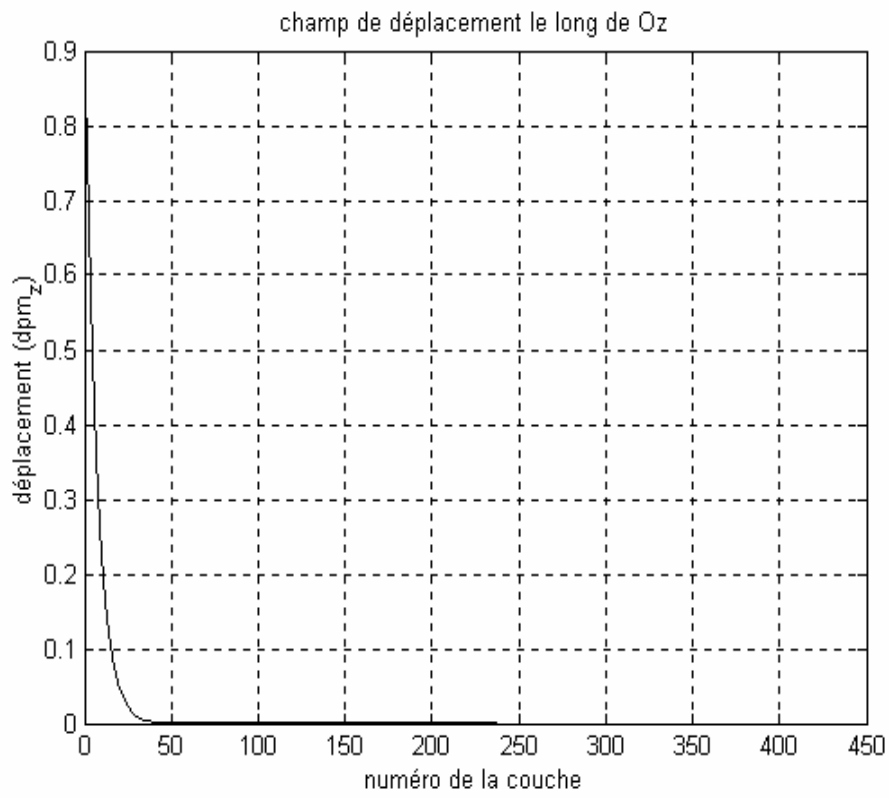


Fig.11

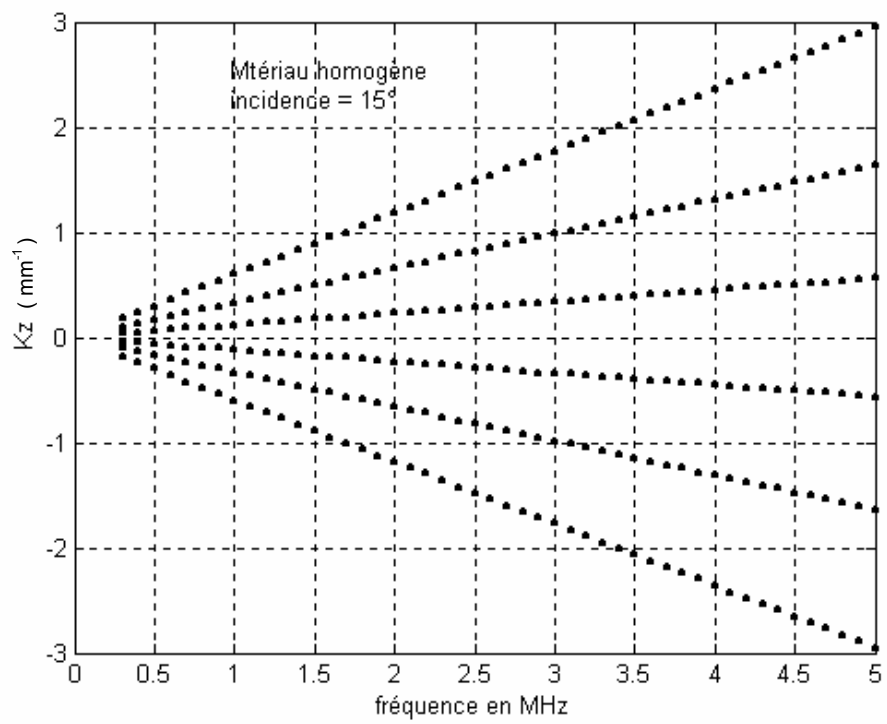


Fig.12

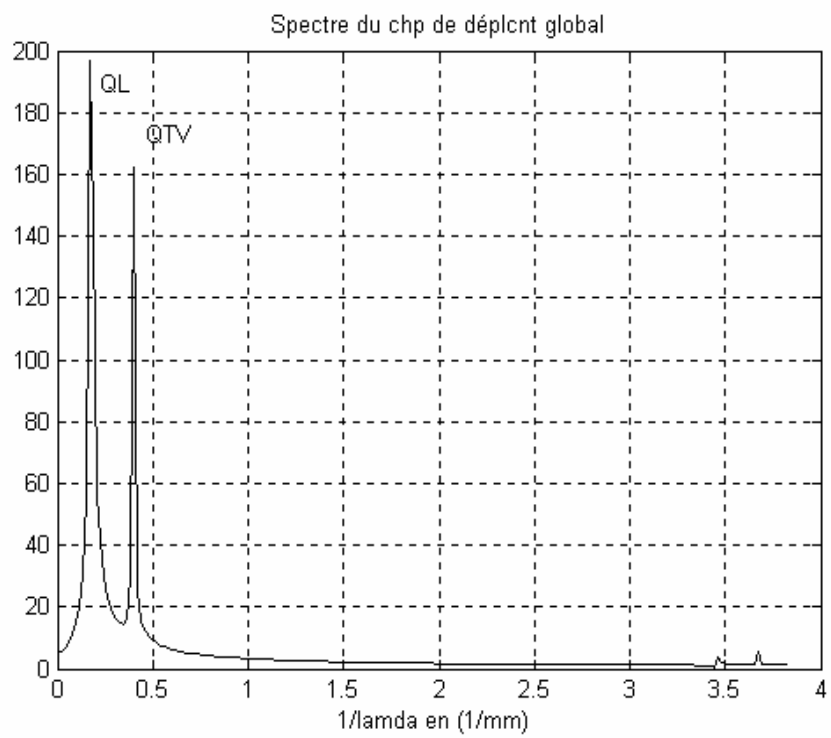


Fig.13

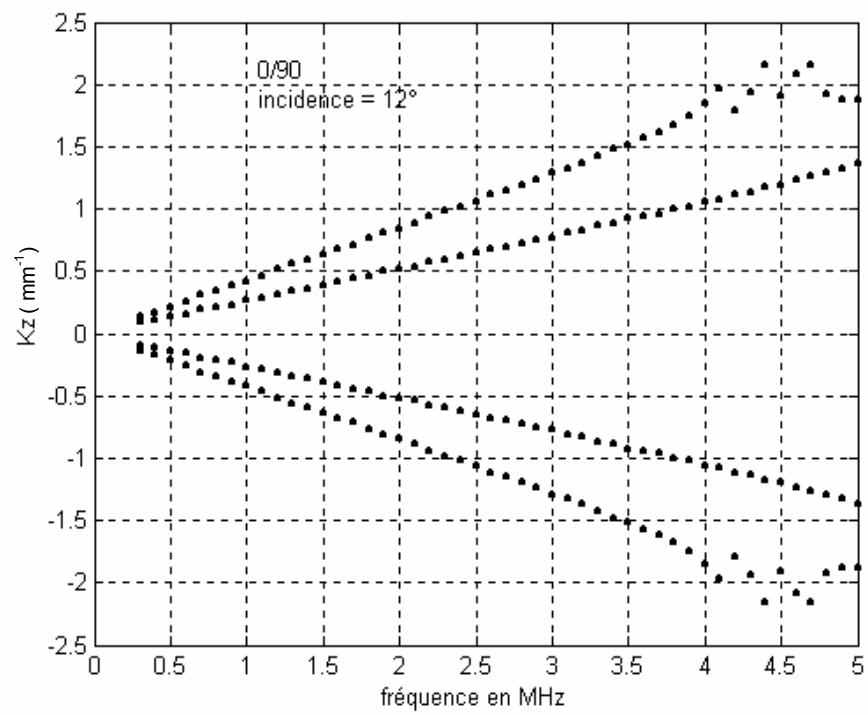


Fig.14

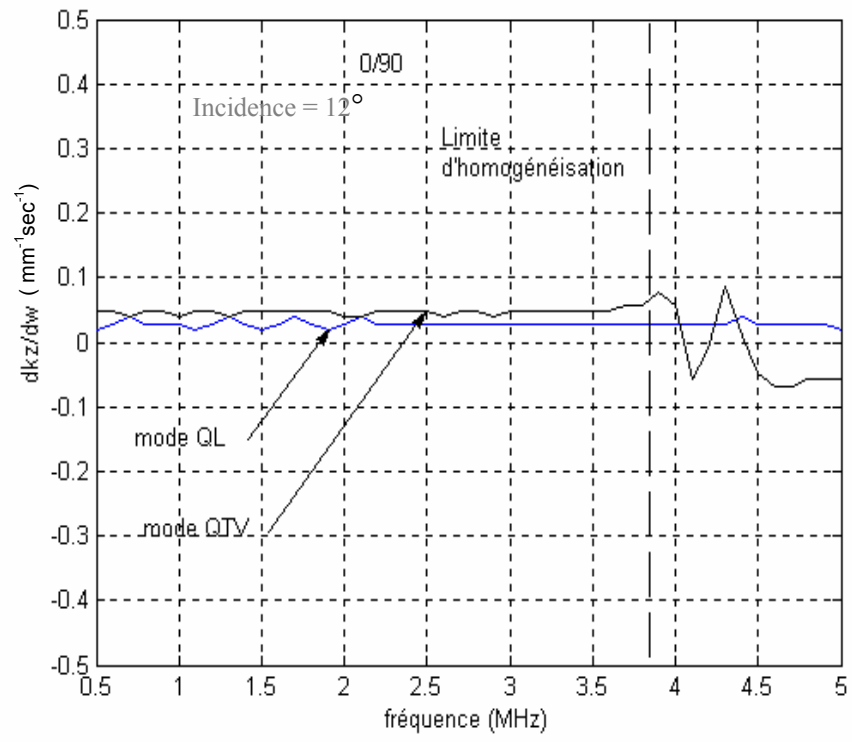


Fig.15

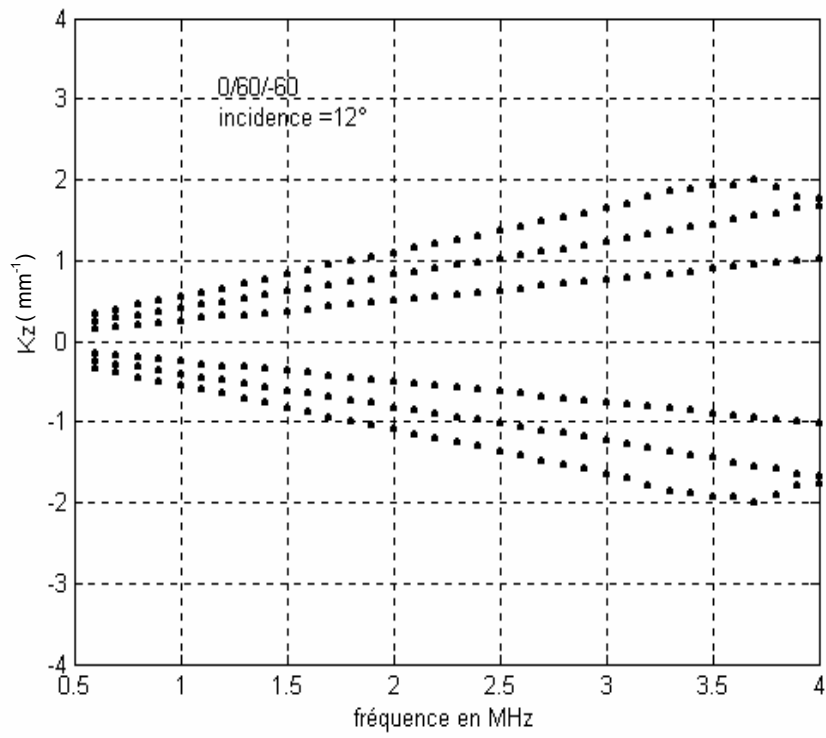


Fig.16

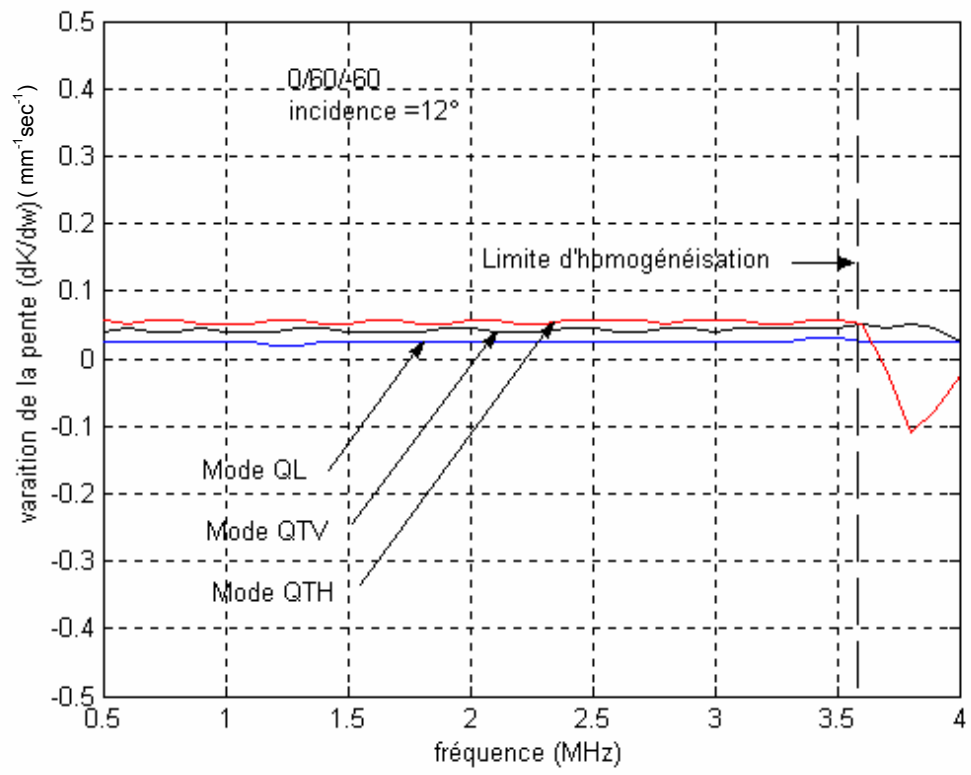


Fig.17

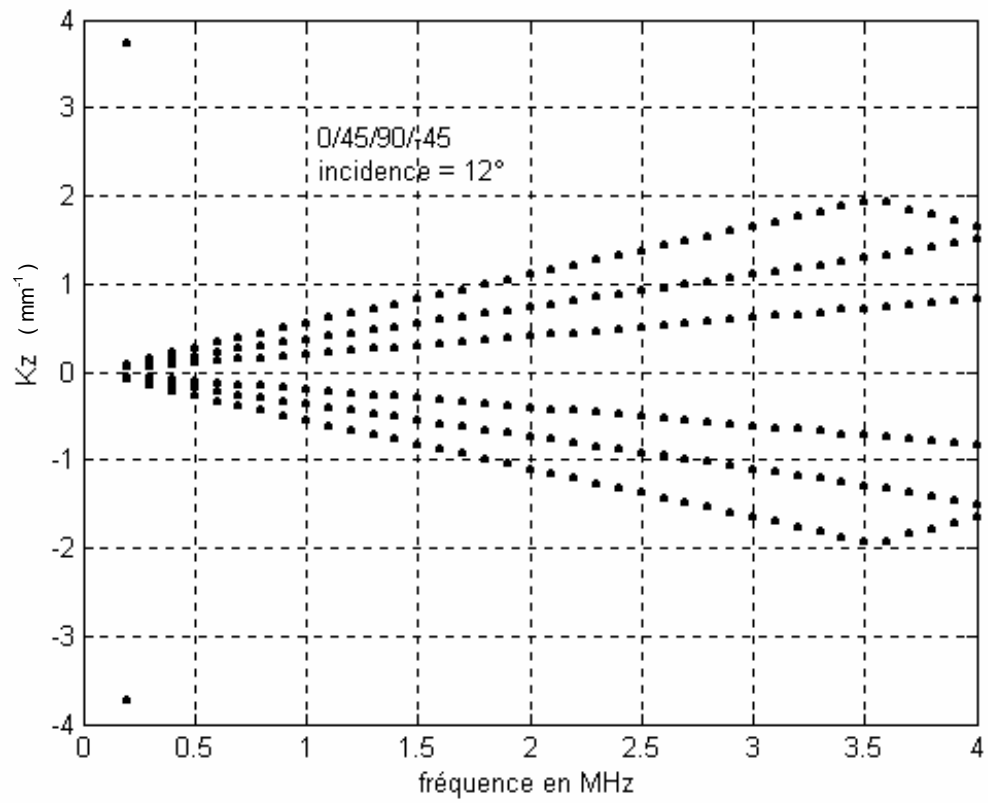


Fig.18

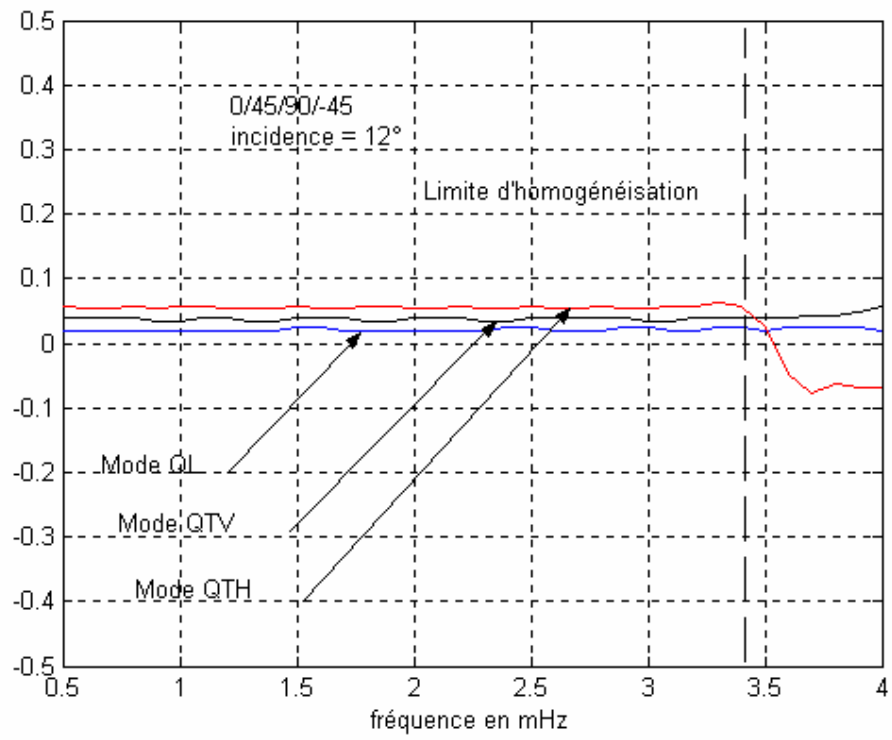


Fig.19

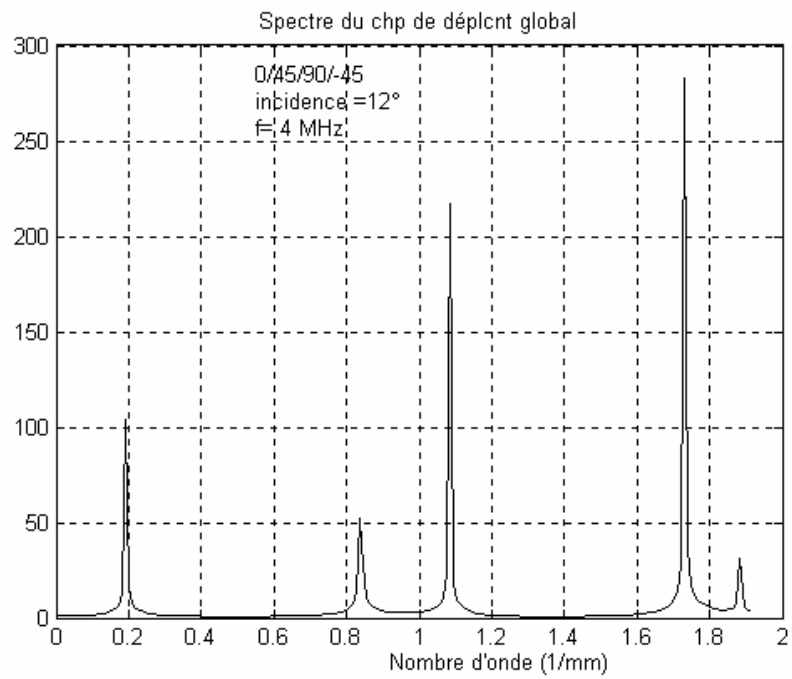


Fig.20

LISTE DES FIGURES

Fig.1 : (a) milieu multicouche, (b) cellule motif.

Fig.2 : courbe de dispersion d'un matériau homogène anisotrope à l'incidence de 12° .

Fig.3 : courbe de dispersion du carbone-époxy 0/90, pour une incidence de 12° .

Fig.4 : courbe de dispersion du carbone-époxy 0/45/90/-45 pour une incidence de 12° .

Fig.5 : courbe de dispersion du carbone-époxy 0/60/-60 pour une incidence de 12° .

Fig.6: Diagramme de bande passante-bande d'arrêt du matériau homogène anisotrope.

Fig.7 : Diagramme de bande passante-bande d'arrêt du carbone-époxy de type 0/90.

Fig.8 : Diagramme de bande passante-bande d'arrêt du carbone-époxy de type 0/45/90/-45.

Fig.9 : Diagramme de bande passante-bande d'arrêt du carbone-époxy de type 0/60/-60.

Fig. 10: Spectre du champ de déplacement d'un matériau homogène anisotrope à l'incidence de 12° et pour une fréquence de 3 MHz.

Fig.11 : Champ de déplacement du matériau homogène de 3MHz et une incidence de 55° .

Fig.12 : Courbe de dispersion d'un matériau homogène pour une incidence de 12° .

Fig. 13 : Spectre du champ de déplacement du carbone-époxy de type 0/90 à l'incidence de 12° et pour une fréquence de 1 MHz.

Fig.14 : Courbe de dispersion du carbone-époxy de type 0/90 pour une incidence de 12° .

Fig.15 : Variation de la pente $\Delta K_z/\Delta\omega$ en fonction de la fréquence ω pour du carbone-époxy de type 0/90 pour une incidence de 12° .

Fig.16 : Courbe de dispersion du carbone-époxy de type 0/60/-60 pour une incidence de 12° .

Fig.17 : Variation de la pente $\Delta K_z/\Delta\omega$ en fonction de la fréquence ω pour un multicouche en carbone-époxyde de type 0/60/-60 pour une incidence de 12° .

Fig.18 : Courbe de dispersion du carbone-époxy de type 0/45/90/-45 pour une incidence de 12° .

Fig.19 : Variation de la pente $\Delta K_z/\Delta\omega$ en fonction de la fréquence ω pour un multicouche en carbone-époxy de type 0/45/90/-45 pour une incidence de 12° .

Fig. 20: Spectre du champ de déplacement du carbone-époxy de type 0/45/90/-45 à l'incidence de 12° et pour une fréquence de 4 MHz.

Table.1 : Caractéristiques élastiques et masse volumique du carbone-époxy et de l'eau.

	C_{11} (Gpa)	C_{12} (Gpa)	C_{13} (Gpa)	C_{33} (Gpa)	C_{44} (Gpa)	C_{66} (Gpa)	ρ (Kg/m ³)
Eau	2.19	2.19	2.19	2.19	0	0	1000
carbone- epoxy	15	7.7	3.4	87	7.8	3.65	1595